

VALOR ABSOLUTO

El valor absoluto de un número x se denota con $|x|$ y se define como:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

El valor absoluto de un número siempre es positivo. Así:

$$|7| = 7$$

$$|-5| = 5$$

Las desigualdades con valor absoluto son de tres formas así:

a. $|x - a| = b$ equivale a:

$$x - a = b \quad \text{ó} \quad x - a = -b$$

b. $|x - a| \geq b$ equivale a:

$$x - a \leq -b \quad \text{ó} \quad x - a \geq b$$

c. $|x - a| \leq b$ equivale a:

$$-b \leq x - a \leq b$$

Ejercicios:

Resolver las desigualdades:

a. $|x - 3| = 5$

$$x - 3 = 5 \quad \text{ó} \quad x - 3 = -5$$

$$x = 5 + 3$$

$$x = 8$$

$$x = -5 + 3$$

$$x = -2$$

Solución: $\{2, 8\}$

b. $|2x - 5| = 1$

$$2x - 5 = 1$$

$$2x = 1 + 5$$

$$x = 6/2$$

$$x = 3$$

ó

$$2x - 5 = -1$$

$$2x = -1 + 5$$

$$2x = 4$$

$$x = 4/2$$

$$x = 2$$

Solución: $\{2, 3\}$

➤ Resolver la desigualdad:

$$|2x + 8| \geq 4$$

$$2x + 8 \leq -4$$

ó

$$2x + 8 \geq 4$$

$$2x \leq -4 - 8$$

$$2x \geq 4 - 8$$

$$x \leq \frac{-12}{2}$$

$$x \geq \frac{-4}{2}$$

$$x \leq -6$$

$$x \geq -2$$

Solución: $(-\infty, -6] \cup [-2, +\infty)$

➤ Resolver las desigualdades:

$$|3x - 5| \leq 2 \leftrightarrow$$

$$-2 \leq 3x - 5 \leq 2$$

$$-2 + 5 \leq 3x \leq 2 + 5$$

$$3 \leq 3x \leq 7$$

$$\frac{3}{3} \leq \frac{3x}{3} \leq \frac{7}{3} \quad \text{g}$$
$$1 \leq x \leq \frac{7}{3}$$

Solución: $[1, 7/3]$

Resolver:

a) $|2x - 1| > 3$

R. $\mathbb{R} - [-1, 2]$

f) $|3 - 2x| < 0$

$\mathbb{R} \cdot \emptyset$

c) $\left| \frac{x}{5} - \frac{1}{2} \right| \geq 5$

R. $\mathbb{R} -] -45/2, 55/2 [$

d) $\left| 1 - \frac{x}{3} \right| < 1$

R. $] 0, 6 [$

e) $|x - 3| > -1$

R. $] -\infty, +\infty [$