

# LOGARITMOS

Logaritmo de un número es el exponente al que hay que elevar la base para que nos de dicho número.

$$\log_a P = x \Leftrightarrow a^x = P$$

Logaritmo de un número ( $P$ ) es el exponente ( $x$ ) al que hay que elevar la base ( $a$ ) para que nos de dicho número ( $P$ ).

La base tiene que ser positiva y distinta de 1.  $a > 0, a \neq 1$

$\log_a P$  se lee **logaritmo en base  $a$  de  $P$** .

$$x > 0$$

$$x \neq 1$$

Entonces, podemos preguntar:  
¿Que es el logaritmo?

El logaritmo es "el exponente"  
por el cual se ha **elevado una base** para **obtener la potencia**.



## Ejemplos:

$\log_2 8 = 3$  (Logaritmo en base 2 de 8 es igual a 3) pues 3 es el exponente al que hay que elevar 2 para que nos de 8  $\rightarrow 2^3 = 8$

$\log_2 \frac{1}{8} = -3$  (Logaritmo en base 2 de  $\frac{1}{8}$  es igual a -3) pues -3 es el exponente al que hay que elevar 2 para que nos de  $\frac{1}{8} \rightarrow 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

$$\log_3 9 =$$

$$\log_5 25 =$$

$$\log_2 32 =$$

$$\log_2 128 =$$

No existe el logaritmo de un número con base negativa.

$$\nexists \log_{-a} x$$

No existe el logaritmo de un número negativo.

$$\nexists \log_a (-x)$$

No existe el logaritmo de cero.

$$\nexists \log_a 0$$

## PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

1. El logaritmo de la unidad es 0.

$$\log_a 1 = 0$$

2. El logaritmo de la base es 1.

$$\log_a a = 1$$

3. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

$$\log_a (N \cdot M) = \log_a N + \log_a M$$

Demostración:

$$\left. \begin{array}{l} \log_a N = x \Rightarrow a^x = N \\ \log_a M = y \Rightarrow a^y = M \end{array} \right\} \Rightarrow N \cdot M = a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$\text{Si } a^{x+y} = NM \Rightarrow \log_a (N \cdot M) = x + y = \log_a N + \log_a M$$

4. El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor.

$$\left. \begin{array}{l} \log_a N = x \Rightarrow a^x = N \\ \log_a M = y \Rightarrow a^y = M \end{array} \right\} \Rightarrow N \div M = a^x \div a^y = a^{x-y}$$

$$\text{Si } a^{x-y} = N : M \Rightarrow \log_a (N : M) = x - y = \log_a N - \log_a M$$

$$\log_a (N : M) = \log_a N - \log_a M$$

5. El logaritmo de una potencia es igual al exponente multiplicado por el logaritmo de la base de la potencia.

$$\log_a (N^M) = M \cdot \log_a N$$

$$\log_a N = x \Rightarrow a^x = N \Rightarrow N^M = (a^x)^M = a^{x \cdot M}$$

$$\text{Si } a^{x \cdot M} = N^M \Rightarrow \log_a N^M = x \cdot M = M \cdot \log_a N$$

6. El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo del radicando dividido por el índice de la raíz.

$$\log_a \sqrt[M]{N} = \frac{\log_a N}{M}$$

<b>ACTIVIDADES RESUELTAS</b>
------------------------------

1. Calcula:

$$A = \log_2 16 + \log_3 81 + \log_4 1 \quad A = \log_2 16 + \log_3 81 + \log_4 1$$

Solución:

$$A = 4 + 4 + 0$$

$$A = 8$$

2. Calcular:

$$B = 10^{\log(7)}$$

Solución:

Por propiedad es 7

3. Calcular:

$$C = \log_7(2) + \log_7(0,5) + \log_7(7) + \log_3(27)^4$$

Solución:

Aplicamos la propiedad de la multiplicación y potenciación.

$$C = \log_7(2 \cdot 0,5) + 1 + 4 \cdot \log_3(27)$$

$$C = \log_7(1) + 1 + 4 \cdot (3)$$

$$C = 0 + 1 + 12$$

$$C = 13$$

4. Hallar "x"

$$\log(2x - 7) - \log(x - 1) = \log 5$$

Solución:

$$\log \frac{2x+7}{x-1} = \log 5$$

$$\frac{2x+7}{x-1} = 5$$

$$2x+7 = 5(x-1)$$

Luego:

$$2x+7 = 5x-5$$

$$12 = 3x$$

$$x = 4$$

## COLOGARITMO

Es el logaritmo de la inversa del número en la misma base y también es el equivalente al negativo del logaritmo.

$$\text{colog}_b N = \log_b \left( \frac{1}{N} \right) = -\log_b N$$

Ejemplos: Calcular:

1.  $\text{Colog}_2 128 =$
2.  $\text{Colog}_{27} (1/81) =$
3.  $\text{Colog}_5 125 =$

## ANTILOGARITMO

Es la operación inversa a la logaritmación.

$$\text{antilog}_b x = N \iff b^x = N$$

Ejemplos:

1.  $\text{Antilog}_3(-2) =$
2.  $\text{Antilog}_2 5 =$
3.  $\text{antilog}_{\sqrt{2}} 6 =$

## LOGARITMO DECIMAL, VULGAR O DE BRIGGS

Es aquel cuya base del logaritmo es 10 y en su notación no se debe escribir dicha base.

NOTACIÓN:  $\log N = \log_{10} N$

Ejemplos: Calcular:

1.  $\log 10 =$
2.  $\log 1000 =$
3.  $\log 0.0001 =$

### Ejercicios Resueltos.

1.  $10^{\text{Log}(7)} = 7$
2.  $10^{2+\text{Log}(3)} = 10^2 \cdot 10^{\text{Log}(3)} = 100 \cdot 3 = 300$
3.  $\text{Log}_8(64) + \text{Log}_4(64) = \text{Log}_8(8^2) + \text{Log}_4(4^3) = 2 + 3 = 5$
4.  $\text{Log}_4(8) + \text{Log}_4(2) = \text{Log}_4(8 \cdot 2) = \text{Log}_4(16) = \text{Log}_4(4^2) =$
5.  $\text{Log}_9(243) - \text{Log}_9(81) = \text{Log}_9(243/81) = \text{Log}_9(3) = \text{Log}_9(9^{1/2}) = 1/2$   
 $= 0,5$

### Ejercicios para Resolver:

1.  $\text{Log}_2(8) =$
8.  $\text{Log}_2 32$

- |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| 2. $\text{Log}_3(27) =$   | 9. $\text{Log}_3 81$      |
| 3. $\text{Log}_4(0,25) =$ | 10. $\text{Log } 100$     |
| 4. $\text{Log}_4(8) =$    | 11. $\text{Log } 1000$    |
| 5. $\text{Log}_{27} 9 =$  | 12. $\text{Log}_5 625$    |
| 6. $\text{Log}_{1/2} 8 =$ | 13. $\text{Log}_{0,5} 16$ |
| 7. $\text{Log}_5 125 =$   | 14. $\text{Log}_8 16$     |

## ECUACIÓN LOGARITMICA

Consideremos lo siguiente:

$$\text{Si } \log_b x = a \rightarrow x = b^a$$

$$\text{Si } \log_b x = \log_b y \rightarrow x = y$$

**Ejercicios para Resolver:**

1.  $2^x = 128$
2.  $2^{(x-3)} = 16$
3.  $2^{(5x+4)} = 8^x$
4.  $7^{(5x+1)} = 49^{(3x+2)}$
5.  $10^{x-1} \cdot 7^x = 25$
6.  $4^x \cdot 3^y = 8$  ;  $2^x \cdot 8^y = 9$
7.  $12^{x-3} = 1$
8.  $\text{Log}(2x-7) - \text{Log}(x-1) = \text{Log}(5)$
9.  $\text{Log}(2x-7) - \text{Log}(18) = \text{Log}(x)$
10.  $\text{Log}(3x-2) + \text{Log}(6) = \text{Log}(5x)$

En cada caso calcular el valor de x:

1.  $x = \text{Log}_8(16)$
2.  $-3 = \text{Log}_3(x)$
3.  $\text{Log}_x 64 = 3$
4.  $\log x + \log(x+2) = \log 3$
5.  $\log(x+5) = \log(3x-8)$
6.  $\log(x+3) + \log 7 = \log(x-3)$

7.  $\log 2 + \log (x+3) = \log 7$
8.  $\log (x-3) - \log (x+5) = \log 8$
9.  $\log (x-3) + \log (8x+2) = \log (x^2 - 5)$
10.  $\text{Log}_{(x-2)} 27 = 3$

<b>ACTIVIDADES PARA LA CLASE</b>
----------------------------------

Analiza, resuelve y marca la alternativa correcta:

- |  |  |
|--|--|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Si <math>\log_x 729 = 3 \Rightarrow x = ?</math> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) 1</li> <li>b) 2</li> <li>c) 3</li> <li>d) 6</li> <li>e) 9</li> </ol> </li> <li>2. Si <math>\log_4 x = 3 \Rightarrow x = ?</math> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) 20</li> <li>b) 64</li> <li>c) 128</li> <li>d) 216</li> <li>e) 432</li> </ol> </li> <li>3. Si <math>\log_{3.5} x = -2 \Rightarrow x = ?</math> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) 49/25</li> <li>b) 25/49</li> <li>c) 49/4</li> <li>d) 4/49</li> <li>e) 7/2</li> </ol> </li> <li>4. <math>\log_8 2 + \log_4 16 =</math> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) 1</li> <li>b) 4</li> <li>c) 11/3</li> <li>d) 5/3</li> <li>e) 7/3</li> </ol> </li> <li>5. <math>\log \frac{\sqrt{p}}{q} =</math> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) <math>\frac{1}{2} \log p - q</math></li> <li>b) <math>\log p - \frac{1}{2} \log q</math></li> <li>c) <math>\frac{1}{2} \log p - \log q</math></li> <li>d) <math>\frac{1}{2} \log p + \log q</math></li> <li>e) <math>\frac{1}{2} \log p + \log q</math></li> </ol> </li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>6. <math>\log \frac{3a^2 b^3 \sqrt{c}}{dx} =</math> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) <math>\log 3 + 2 \log a + 3 \log b + 2 \log c - \log d + \log x</math></li> <li>b) <math>\log 3 + 6 \log ab + \frac{1}{2} \log c - \log d - \log x</math></li> <li>c) <math>\log 3 + 2 \log a + 3 \log b + \frac{1}{2} \log c - \log d/x</math></li> <li>d) <math>\log 3 + 2 \log a + 3 \log b + \frac{1}{2} \log c - \log d - \log x</math></li> <li>e) <math>(\log 3 + 2 \log a + 3 \log b + \frac{1}{2} \log c) : (\log d + \log x)</math></li> </ol> </li> <li>7. <math>\log(\log_x x^a) - \log(\log_x x^b) =</math> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) a/b</li> <li>b) b/a</li> <li>c) <math>\log a/b</math></li> <li>d) <math>\log b/a</math></li> <li>e) 0</li> </ol> </li> <li>8. Calcular:<br/> <math>A = \log_4 16 + \log_3 9 - \log_2 32</math> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) 9</li> <li>b) -5</li> <li>c) -4</li> <li>d) -1</li> <li>e) 0</li> </ol> </li> <li>9. Reducir:<br/> <math>B = \frac{\log_7 49 + \log_9 1 + \log_5 25}{\log_2 4}</math> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) 1</li> <li>b) 2</li> <li>c) 3</li> <li>d) <math>\frac{3}{2}</math></li> <li>e) 4</li> </ol> </li> </ol> |
|--|--|

