

# Sophie Germain

(1776 - 1831)



No fue fácil siendo mujer pretender estudiar matemáticas en la Europa a fines del siglo XVIII; se pensaba que a las mujeres sólo les interesaba el amor, la literatura y las reuniones sociales. Poseía mucho talento, a los dieciocho años quiso entrar en l'Ecole Polytechnique, cuna de los más grandes matemáticos franceses, Lagrange fue quien organizó los programas de matemáticas y fue el primer profesor; no la admitieron por ser mujer; unos amigos le pasaban los apuntes de las conferencias, en particular las de Lagrange, que enseñaba análisis.

Al final del semestre Sophie presentó una memoria con el nombre de M. Le Blanc; Lagrange quedó impresionado por la originalidad del trabajo y quiso conocer al autor para felicitarlo personalmente. Quedó impresionado cuando vio que era una jovencita. Lagrange reaccionó bien, la alentó y la presentó a otros matemáticos.

En 1801, comunicó a Gauss, unos resultados que le parecían interesantes sobre teoría de números. Gauss en ese año en su Libro "Disquisitiones Arithmeticae" marca el comienzo de la era moderna.

Da mayor importancia para el álgebra que la demostración del Teorema fundamental por Gauss fue la transformación que éste sufrió durante el siglo XIX, al rebasar el mero estudio de los polinomios y asumir el estudio de la estructura de sistemas algebraicos, como grupos, anillos y campos. Un paso importante en esta dirección fue la invención del álgebra simbólica por el inglés George Peacock. Otro avance destacado fue el descubrimiento de sistemas algebraicos que tienen muchas propiedades de los números reales. Entre estos sistemas se encuentran las cuaternas del matemático irlandés William Rowan Hamilton, el análisis vectorial del matemático y físico estadounidense Josiah Willard Gibbs y los espacios ordenados de "n" dimensiones del matemático alemán Hermann Günther Grassmann.

## POLINOMIOS ESPECIALES

Los coeficientes han de ser considerados con el signo que los precede.



Para entender bien los polinomios especiales debemos tener presente lo siguiente:

### IGUALDAD, EQUIVALENCIA O IDENTIDAD DE POLINOMIOS

Se dice que dos polinomios son idénticos ( $\equiv$ ) cuando ambos poseen siempre el mismo valor numérico.

La igualdad:  $5x^2 - 3x + 1 = 5x^2 - 3x + 1$ ; es una identidad porque los VN de ambos polinomios son iguales.

$$\Rightarrow 5x^2 - 3x + 1 \equiv 5x^2 - 3x + 1$$

### CARACTERÍSTICAS DE LA IDENTIDAD

- ⊗ Tienen variables por lo cual se usa el símbolo ( $\equiv$ ).
- ⊗ Tienen los mismos coeficientes.
- ⊗ Tienen el mismo grado.

### POLINOMIOS ESPECIALES

↪ **P. Homogéneo.** - Aquel en donde todos los términos tienen igual grado.

Ejm.:  $x^6y^4 - 5x^9y + 7x^5y^5 - y^{10}$

$\downarrow$              $\downarrow$              $\downarrow$              $\downarrow$   
 10            10            10            10

↪ **P. Ordenado.** - Aquel en donde los exponentes de las variables se ubican en un mismo sentido.

Ejm.:  $2x^{14} - 3x^9 + x^7 + x^2 + 5 \rightarrow$  Ordenado en forma \_\_\_\_\_

↪ **P. Completo.** - Aquel en donde se encuentran todos los exponentes de la variable desde el mayor hasta el grado cero (llamado término independiente).

Ejm.:  $P(x) = x^3 + 7 - x^2 + 4x^5 - x^4 + 5x$

$\downarrow$   
 Término Independiente

↪ **P. Idénticamente Nulo.** - Es aquel en donde el VN del polinomio es siempre igual a cero.

Ejm.:  $0x + 0 \equiv 0$

Para cualquier valor de "x" el VN es igual a cero.

$\therefore$  Si:  $ax^2 + bx + c \equiv 0$

Se cumplirá que:  $a = 0; b = 0; c = 0$

En un polinomio completo y de una sola variable se cumplirá lo siguiente:  
# de términos = Grado + 1



Ejm.:

$$x^4 + x - 3x^2 + x^3 - 8$$

Grado = 4

# de Términos = 5

## EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Calcular la suma de coeficientes del polinomio:

$$P(x, y) = a^2x^{a+7} - bx^ay^b + aby^{b+4}$$

Sabiendo que es homogéneo:

- a) 35                      b) 36                      c) 37  
d) 38                      e) 39

2. Hallar la suma de coeficientes del siguiente polinomio homogéneo:

$$P(x, y, z) = 2ax^ay^bz^c + 2bx^by^az^8 + 7cx^4y^6z^3$$

- a) 66                      b) 56                      c) 16  
d) 46                      e) N.A.

3. Determinar  $(m + n + p)$ , sabiendo que el polinomio:

$$P(x, y) = 15x^{m+2}y^n - 6x^{n+1}y^2 - 3x^{2p}y^q + x^{q-1}y^5$$

Es homogéneo de grado 7.

- a) 23                      b) 15                      c) 8  
d) 18                      e) 7

4. Hallar  $(m + n + p)$  si se sabe que el polinomio:

$$P(x) = x^{m-10} + 3x^{m-n+15} + 2x^{p-n+6}$$

Es completo y ordenado descendientemente.

- a) 10                      b) 30                      c) 39  
d) 58                      e) 12

5. Si:  $P(x) = x^{a+b} + 2x^{b+c} + 3x^{c+d} + 4x^{d+4}$   
Es completo y ordenado ascendientemente.  
Calcular:  $abcd$

- a) -12                      b) 12                      c) -6  
d) 6                      e) -3

6. Dado el polinomio:

$$P(x) = (n-1)x^{n-1} + (n-2)x^{n-2} + (2p+1)x^{q-3} + (q+1)x^{p+1} - 1$$

Es completo y ordenado, la suma de sus coeficientes es:

- a) 13                      b) 10                      c) 9  
d) 12                      e) 8

7. Calcular la suma de coeficientes del siguiente polinomio completo y ordenado:

$$P(x) = ax^a + (a+2)x^2 - (a-1)x + (a+3)x^{a-3}$$

- a) 12                      b) 11                      c) 10  
d) 9                      e) 8

8. Determinar:  $E = \frac{p+1}{q}$ ; sabiendo que la igualdad se cumple para todo valor de "x":  
 $27 - 6x = p(x-2) + q(x+1)$

- a) 0                      b) -6                      c) 4  
d) -2                      e) -8

9. Si:  $a(x+4) + b(x-3) = 4x+9$

Calcular:  $a^2 - b^2$

- a) 3                      b) 6                      c) 7  
d) 8                      e) 5

10. Si el polinomio:

$$P(x) = 18x^{a-8} + 32x^{a-b+15} + 18x^{c-b+16}$$

Es completo y ordenado en forma ascendente.

Calcular: " $a + b + c$ "

- a) 18                      b) 32                      c) 36  
d) 68                      e) 92

11. Si:  $a(x+5)^2 - b(x-5)^2 = 3(x+5)^2 + 4(2a+b)x$

Calcular: " $a + b$ "

- a) 3                      b) 6                      c) 9  
d) 12                      e) 15

12. Hallar:  $(m + n - 2p)$  en:

$$(m-n-2)x^8 + (m+n-5)x^4 + (p-1) = 0$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 7

13. Si el polinomio:

$$3ax^2 + 8bx + 3a + 2bx^2 + 12ax + 6$$

Es idénticamente nulo, calcular:  $(2a - 3b)$

- a) -12                      b) -10                      c) -13  
d) 12                      e) 13

14. Determinar el valor de "a" para que los polinomios:

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 16x - 16$$

$$Q(x) = x^2(x^2 + x - a)^2 + b(x^2 + x)^2 - a(x+2)^2$$

Sean idénticos :

- a) 2                      b) 4                      c) 6  
d) 1                      e) 3

15. En cuanto excede la suma de coeficientes al grado del siguiente polinomio homogéneo:

$$P_{(x,y)} = ax^{ab} + by^{12}x^{\sqrt{a-b}} + x^3y^{13} + y^{ba}$$

- a) 2                      b) -4                      c) -8  
d) -10                      e) -12

## TAREA DOMICILIARIA N° 2

1. Hallar "a<sup>2</sup> + b" sabiendo que:

$$P(x,y) = x^{a-2b}y^{a+b} - 15x^b y^{2b-a} + 2x^{a-b}y^8$$

Es un polinomio homogéneo.

- a) 70                      b) 100                      c) 160  
d) 200                      e) 240

2. Calcular "a + b + c" si el polinomio:

$$P(x, y) = x^{a+3}y^2 + 5x^{b-5}y + 6x^8y^{c+4} + x^{10}y^9$$

Es homogéneo:

- a) 44                      b) 43                      c) 42  
d) 41                      e) 40

3. Hallar el valor de "m" si el polinomio:

$$P(x,y) = 2x^{2m-5}y^{4n} + 3x^{2m-4n}y^3 + x^4y^9$$

Es homogéneo:

- a) 2                      b) 3                      c) 5  
d) 7                      e) 12

4. Si el polinomio:

$$P(x) = 2x^{a+7} - 5x^{2a-b+10} + 3x^{c+b-4}$$

Es completo y ordenado descendientemente, hallar: (a + b + c)

- a) 0                      b) 1                      c) -1  
d) 2                      e) 7

5. Si el polinomio completo:

$$a + 2b - c + x^{a+b} + ax^{a+c} - x^{a-5}$$

Esta ordenado. Entonces la suma de sus coeficientes será:

- a) 4                      b) 8                      c) 18  
d) 19                      e) N.A.

6. Si el polinomio:

$$3x^4 - 2x^{m+n} - 4x^2 + 8x - x^{m-2n}$$

Es completo y ordenado.

Hallar el valor de "m - n"

- a) 3                      b) 2                      c) 1  
d) 5                      e) N.A.

7. Si el siguiente polinomio de 14 términos es completo y ordenado:

$$P(x) = x^{n+4} + \dots + x^{a-1} + x^{a-2} + x^{a-3}$$

Calcular: "a + n"

- a) 3                      b) 9                      c) -4  
d) 16                      e) 12

8. Si:  $(3a + 2b)x^2 + (5a - 6b) \equiv 3x^2 - 7$

Hallar: 8a - 4b

- a) 1                      b) 4                      c) -4  
d) -5                      e) -1

9. Hallar (p - q) si se cumple que:

$$8x + 27 \equiv p(x + 4) + q(2x + 3)$$

- a) 7                      b) 5                      c) 1  
d) 3                      e) 4

10. Si el polinomio:

$$P(x) = 3x^{3a-9} + x^{a+b-3} + 6(x^2)^{4b+a-c}$$

Es completo y ordenado crecientemente. Calcular: "a + b + c"

- a) 1                      b) 3                      c) 6  
d) 10                      e) 15

11. Hallar el valor de (I + V + A + N)

Si los polinomios son idénticos:

$$6x^2 + 15x + 24 \equiv I(x + A)^2 + 3(x + V + N)$$

- a) 12                      b) 13                      c) 14  
d) 17                      e) 18

12. Si el polinomio:

$$P(x) = (a + b - 2)x^3 + (a + c - 3)x + (b + c - 5)$$

Se anula para cualquier valor de "x".

Calcular: "a + b + c"

- a) 2                      b) 3                      c) 4  
d) 5                      e) 7

13. El polinomio:

$$P(x, y) = mx^2y + nx^2y - 4x^2y + mxy - xy - nxy$$

Es idénticamente nulo. Hallar: 4mn

- a) 15                      b) 3                      c) 2  
d) 4                      e) N.A.

14. Hallar: (A + B + C) en:

$$A(x + 1)(x - 1) + Bx(x + 1) + Cx(x - 1) \equiv 6x^2 + x - 3$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 6

15. Hallar la suma de coeficientes de:

$$P(x,y,z) = a^3x^a b^b - b^2y^b a^a + abz^{a-b}$$

Si el polinomio es homogéneo.

- a) 70                      b) 68                      c) 10  
d) 73                      e) 74