NÚMEROS REALES

Por número real llamaremos a un número que puede ser racional o irracional, por consiguiente, el conjunto de los números reales es la unión del conjunto de números racionales y el conjunto de números irracionales.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathrm{I}$$

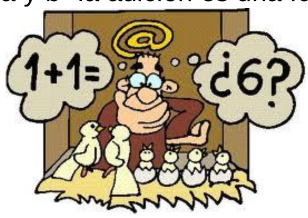
- El conjunto de los números reales es el conjunto de todos los números que corresponden a los puntos de la recta
- Al conjunto de los números reales es el conjunto de todos los números que pueden expresarse con decimales infinitos periódicos o no periódicos (en este caso un decimal finito, tal como 1,2 puede considerarse periódico de periodo 0:1,2 = 1,2000 . . .).El conjunto de los números reales es denotado por R.

OPERACIONES CON NÚMEROS REALES

En el conjunto de los números reales se encuentran definidos las operaciones básicas que son: la adición, la multiplicación, la sustracción y la división.

ADICIÓN DE NÚMEROS REALES

La adición de números reales es una operación que asocia a cada par de números reales a y b, llamados sumandos, un único número real c, llamado suma de a y b- la adición es una función definida así:



$$+: R \times R \rightarrow R$$
$$(a, b) \rightarrow \underbrace{c}_{\text{suma}} = \underbrace{a + b}_{\text{sumandos}}$$

<u>**Propiedades de los números reales (en la adición)**</u>:

a) Propiedad conmutativa: en la adición de números reales, el orden de los sumandos no altera la suma. Es decir, si a y b son los números reales, entonces = a + b = b + a, por lo anterior se dice que la adición de números reales tiene la propiedad conmutativa.

b) Propiedad asociativa: en la adición de números reales, la forma de agrupar los sumandos no altera la suma. Es decir, si a, b y c son números reales, entonces a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c), por lo anterior, se dice, que la adición de números reales tiene la propiedad asociativa.

c) Existencia de elemento neutro: en el conjunto R de los números reales, el número real cero (0) es el elemento identidad o neutro para la adición porque la suma de cualquier número a y 0 es 0. es decir, si a es un número real, entonces: a + 0 = 0 + a = a.

d) Existencia de elementos simétricos opuestos: para cualquier número real existe otro número real –a, llamado opuesto de a, tal que: a + (-a) = 0. Así: la suma de un número real y su opuesto es igual a cero (0), el elemento identidad o neutro para la adición. Por ejemplo: $-\sqrt{2} = -(-\sqrt{2}) = \sqrt{2}$.

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS REALES:

Es la operación inversa de la adición. Mientras en la adición se dan los sumandos y se trata de calcular la suma:

$$\underbrace{a + d}_{\text{sumandos}} = \underbrace{m}_{\text{suma}}$$

En la sustracción se da la suma, llamada ahora minuendo y un sumando llamado sustraendo y se trata de calcular el otro sumando llamado diferencia:

m – a = d

minuendo ↗ ↑ diferencia

sustraendo

La diferencia $d = m - a$ se calcula sumando al minuendo m el opuesto del sustraendo a:

$$d = m - a = m + (-a)$$

<u>Las propiedades de los números reales (en la sustracción)</u>:

a) Si a y b son números reales, entonces su diferencia a- b es un número real. Por satisfacer esta propiedad se dice que el conjunto de números reales es cerrado respecto a la sustracción.

b) La sustracción de números Reales no es conmutativa. Observa la localización de $3 - \sqrt{2}$ y $\sqrt{2} - 3$ en la recta real.

c) La sustracción de números reales no es asociativa. Observa:

$(3\cdot\sqrt{2} - \sqrt{2}) - 3\cdot\sqrt{2} = 2\cdot\sqrt{2} = 3\cdot\sqrt{2} - 3\cdot\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

$3\cdot\sqrt{2} - (\sqrt{2} - 3\cdot\sqrt{2}) = 3\cdot\sqrt{2} - (-2\cdot\sqrt{2}) = 5\cdot\sqrt{2}$

como $-\sqrt{2} \neq 5\cdot\sqrt{2}$, entonces

$(3\cdot\sqrt{2} - \sqrt{2}) - 3\cdot\sqrt{2} \neq 3\cdot\sqrt{2} - (\sqrt{2} - 3\cdot\sqrt{2})$

d) El número real cero (0) es un elemento identidad o neutro por la derecha para la sustracción. Observa que la diferencia de cualquier número a menos 0 es igual al número a: $\sqrt{2} - 0 = \sqrt{2}$; $\pi - 0 = \pi$; $(3\cdot\sqrt{2} - \sqrt{2}) - 0 = (3\cdot\sqrt{2} - \sqrt{2})$. Pero cero no es elemento identidad o neutro por la izquierda. En efecto, $0 - a \neq a$; $0 - 2 \neq 2$, $0 - \sqrt{3} \neq \sqrt{3}$.

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS REALES

La multiplicación de números reales es una operación que asocia a cada par de números reales a y b, llamados factores; un único número real c, llamado producto de a y b. La multiplicación es una función definida así:

$R \times R \rightarrow R$

$(a, b) \rightarrow c = a . b$

producto factores

<u>Propiedades de los números reales (en la multiplicación)</u>:

a) si a y b son números reales, entonces su producto $a\cdot b$ es un número real. Por satisfacer esta propiedad, se dice que el conjunto de números reales es cerrado respecto a la multiplicación.

b) **Propiedad conmutativa**: en la multiplicación de números reales, la forma de agrupar los factores no altera el producto. Es decir, si a y b son dos números reales, entonces: $a\cdot b = b\cdot a$.

c) Propiedad asociativa: en la multiplicación de números reales, la forma de agrupar los factores no altera el producto. Es decir, si a y b son dos números reales, entonces: $a\cdot b\cdot c = (a\cdot b)\cdot c = a\cdot(b\cdot c)$

d) Existencia de elemento identidad o elemento neutro: en el conjunto R de los números reales, el número real uno (1) es el elemento identidad o neutro para la multiplicación porque el producto de cualquier número a por 1 es a. Es decir, si a es un número real, entonces: $a\cdot 1 = 1\cdot a = a$.

e) Existencia de elemento simétrico o inverso: para cualquier número real no nulo a, existe otro número real $1/a = a^{-1}$, llamamos inverso de a tal que: $a \cdot 1 / a = 1$ ó $a \cdot a^{-1} = 1$.

f) Propiedad distributiva con respecto a la adición: así, multiplicar un número real por una suma indicada de números por cada uno de los sumandos y luego sumar los productos obtenidos. Es decir, si a, b y c son números reales, entonces:

$(a + b)\cdot c = a\cdot c + b\cdot c$

$a\cdot c + b\cdot c = (a + b)\cdot c$

g) Factor cero: todo número multiplicado por cero da cero. Es decir, si a es un número real entonces: $a\cdot 0 = 0$; $3\cdot 0 = 0$; $5\cdot 0 = 0$, $375\cdot 0 = 0$, $(-4)\cdot 0 = 0$.

PARA LA CASA

1. Clasifica los números:

$\frac{\pi}{2}$ $\sqrt{36}$ $2.25111...$ $\sqrt{-5}$ $\frac{75}{-5}$

2. Representa en la recta: $\sqrt{17}$ $\sqrt{13}$

3. Transforma a decimal y reconoce:

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{4}{7}$

4. Transforma a fracción y simplifica:

A) $0{,}45$ B) $0{,}4\overline{5}$ C) $0{,}\overline{45}$ D) $0{,}02\overline{1}$ E) $1{,}9\overline{01}$

Los términos de una fracción decimal se identifican por su nombre:33.1234567891234......

33: parte entera
1: décimas;
2: centésimas;
3: milésimas;
4: diezmilésimas;
5: cienmilésimas;
6: millonésimas;
7: diezmillonésimas;
8: cienmillonésimas;
9: milmillonésimas;
1: diezmilmillonésimas;
2: cienmilmillonésimas;
3: billonésimas;
4: diezbillonésimas;.......

REFUERZA LO QUE APRENDISTE.

5. ¿Cuántos de los siguientes números no son racionales?

A) $\sqrt{0{,}4}$ B) $\sqrt{0}$ C) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ D) $\sqrt{0{,}444...}$

6. Indicar el número mayor :

$\sqrt[3]{0{,}027}$; $\frac{4}{5}\sqrt{0{,}16}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{10}$

7. Respecto a los conjuntos numéricos, indica verdadero (V) O (F):

A) $Z \subset N$ ( ) B) $Q \subset I$ ( ) C) $I \subset R$ ( ) D) $Q \subset R$ ( )

8. $1+\sqrt{3}$ da como resultado :

A) Un número natural B) Un número entero C) Un número racional

D) Un número irracional E) Todas son correctas.

9. Si $a \in Z, b \in Z$ y además: $a > 0$; $\frac{a}{b} < 0$ el valor de b – a será:

A) Positivo si b>0 B) Siempre positivo C) Siempre negativo

D) Negativo si b>0 E) Ninguna de las anteriores

EFECTÚA LAS SIGUIENTES OPERACIONES DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS REALESCON APROXIMACIÓN AL CENTÉSIMO.

01. $\sqrt{15}+\sqrt{11}$
02. $\frac{1}{8}+0{,}256+\sqrt{5}$
03. $\frac{2}{7}+\pi+\sqrt{2}$
04. $\sqrt{2}+\sqrt{7}+\sqrt{5}+\pi$
05. $\sqrt{7}+0{,}8668+\frac{1}{10}+\sqrt{11}$
06. De $\frac{1}{2}$ restar 0,3542
07. De $\sqrt{3}$ restar $\frac{3}{8}$
08. De $\left(\sqrt{7}+1\right)$ restar $(\pi+1)$
09. Restar 0,3245 de $\sqrt{2}$
10. Restar la suma de $\sqrt{2}-1$ con $1+\sqrt{2}$ de $\sqrt{7}$
11. Restar 2π de la suma $\sqrt{7}$ con $\sqrt{3}+1$
12. De $\sqrt{7}$ restar la suma de $(\pi+3)$ con $\sqrt{2}$

<u>EFECTÚA LAS SIGUIENTES OPERACIONES DE MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS REALES CON APROXIMACIÓN AL CENTÉSIMO.</u>

01. $\left(\frac{\pi}{2}\right):\left(\frac{1}{4}\right)$

02. $\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right): 3$

03. $\left(\pi+\frac{1}{2}\right): 2$

04. $2\sqrt{2}$ x $-\ 2\sqrt{2}$

05. $\left(\frac{-3}{8}+1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)$

06. $\frac{-5}{2}\ \sqrt{2}$ x $4\sqrt{3}$

07. $(7{,}12)\left(\sqrt{3}\right)$

08 $(3{,}12)\left(\sqrt{5}\right)(1{,}11)$

09. $3{,}768\left(\frac{1}{2}+\sqrt{2}\right)$

10. $(3{,}75+2{,}148)\left(5{,}13+\sqrt{2}\right)$

11. $\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)$

12. $\left(2\sqrt{2}\right)(\pi+3{,}8)$

13. $8\sqrt{3}:\frac{4}{5}$

14. $\left(2\sqrt{7}\right):\left(6\sqrt{2}\right)$

15. $16\sqrt{7}:\frac{4}{5}\sqrt{2}$

16. $\frac{28}{3}\sqrt{5}:\frac{14}{5}$

17. $\frac{23}{7}:\frac{32}{17}$

18. $16\sqrt{7}:\frac{8}{9}$