

## FRACCIONES ALGEBRAICAS

Una fracción algebraica es el cociente de dos polinomios y se representa por:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \quad Q(x) \neq 0$$

### Fracciones algebraicas equivalentes

Dos fracciones algebraicas

$\frac{P(x)}{Q(x)}$  y  $\frac{R(x)}{S(x)}$  son equivalentes, y lo representamos por:  $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{R(x)}{S(x)}$

sí se verifica que  $P(x) \cdot S(x) = Q(x) \cdot R(x)$ . Por ejemplo:

$\frac{x+2}{x^2-4}$  y  $\frac{1}{x-2}$  son fracciones algebraicas equivalentes porque:  
 $(x+2) \cdot (x-2) = x^2 - 4$

### SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Para simplificar una fracción, se dividen el numerador y el denominador por uno o más factores comunes a ambos. Se obtiene así otra fracción equivalente.

Por ejemplo: Simplificar  $\frac{3x(x+y)^2}{6x^2(x+y)}$

$$\frac{3x(x+y)^2}{6x^2(x+y)} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{x} \cdot (x+y) \cdot (x+y)}{\cancel{6} \cdot 2 \cdot \cancel{x} \cdot (x+y)} = \frac{x+y}{2x}$$

Simplificar  $\frac{x^3}{x^2+x^3}$

Como vemos el denominador es un polinomio, o sea una suma, por tanto, antes de simplificar hay que factorizarlo.

En este caso el método adecuado es sacar factor común  $x^2$  así

$$\frac{x^3}{x^2+x^3} = \frac{x^3}{x^2(1+x)} = \frac{\cancel{x^2} \cdot x}{\cancel{x^2} (1+x)} = \frac{x}{1+x}$$

### EJERCICIOS

A. Simplificar las fracciones algebraicas:

1.  $\frac{x^2-3x}{3-x} =$       2.  $\frac{x^2+x-2}{x^3-x^2-x+1} =$       3.  $\frac{5x+5}{3x+3}$

4.  $\frac{x^2-3x}{2x-6}$       5.  $\frac{x^2+x}{x^2-1}$       6.  $\frac{12x}{4x^2+2x}$

B. Recuerda los productos notables, descompón en factores y simplifica:

a)  $\frac{x^2-1}{x+1}$       b)  $\frac{x^2-1}{(x-1)^2}$       c)  $\frac{x^2-4}{2x-4}$       d)  $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$

e)  $\frac{x^2-16}{x^2+8x+16}$       f)  $\frac{x(x+2)}{x^2+4x+4}$       g)  $\frac{x^2-6x+8}{x^2-9}$       h)  $\frac{x^2-9}{x^4-81}$

C. Descompón en factores el dividendo y el divisor y después simplifica:

a)  $\frac{x^2+3x}{x^2+x-6}$       b)  $\frac{x^2+2x-3}{x^3-x^2}$       c)  $\frac{x^3+4x^2+3x}{x^2+x-6}$       d)  $\frac{x^2+2x-3}{x^2+4x-5}$

D. Simplifica:

a)  $\frac{a^2+6a+9}{a^2-9} : \frac{a^2+9}{a^2-81}$       b)  $\frac{2a^2-4ab+2b^2}{3x-6} : \frac{a-b}{4x-8}$

c)  $\frac{16-x^4}{4x+8} : (32-8x^2) =$       d)  $\frac{16-x^4}{4x+8} : (32+8x^2) =$

f)  $\frac{x^4-3x^3}{x^4-6x^3+9x^2} =$       g)  $\frac{2x^2+5x+2}{2x^3+x^2-8x-4} =$

E. Simplifica:

1. $\frac{12a^2b^7}{60a^3b^5c} =$	2. $\frac{x^2y^3}{2x^2y-2x^2y^2} =$
3. $\frac{a^2-a-20}{a^2-16} =$	4. $\frac{x^2-1}{3x+9} \cdot \frac{xy+3y}{x^2y-y} =$
5. $\frac{x^2+6x+8}{x^2+7x+12} =$	6. $\frac{x^2+7x+10}{x^2+2x-3} \cdot \frac{x^2-4x-21}{x^2+9x+20} \cdot \frac{x^2+3x-4}{x^2-5x-14} =$
7. $\frac{36x^2+60x+25}{a^2-25} \cdot \frac{a^2-11a+30}{36x^2-25} \cdot \frac{(a-5)(6x-5)}{(6x+5)(a+6)} =$	

**Ninguna investigación humana puede ser llamada verdadera ciencia si no puede ser demostrada matemáticamente. – Leonardo da Vinci**

**Pregunta 67**

Luego de simplificar:

$$\frac{(x^4 - x^2 - 2) \cdot (x^4 + x^2 + 1) \cdot (x^3 - 1)}{(x^3 + 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot (x^2 + x + 1)^2 \cdot (x - 1)}$$

Indique el numerador.

- A)  $x^2 + 1$
- B)  $x^2 + 2$
- C)  $x^2 - 2$
- D)  $x + 1$

**EJERCICIOS**

Simplifica cada una de las siguientes fracciones algebraicas

(1)  $\frac{15a^3b^2}{20ab^4}$

(2)  $\frac{7mn^4p^5}{21m^3np^7}$

(3)  $\frac{121a^4c^5d^7}{11ac^5d^8}$

(4)  $\frac{8a - 16b}{24}$

(5)  $\frac{42}{18a + 24b}$

(6)  $\frac{14x + 21y}{50x + 75y}$

(7)  $\frac{27m - 36n}{36m - 48n}$

(8)  $\frac{x^2 - x}{xy - x}$

(9)  $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{3a + 3b}$

(10)  $\frac{m^2 - n^2}{m^2 + 2mn + n^2}$

(11)  $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x}$

(12)  $\frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2}$

(13)  $\frac{3x^2 - 27x + 42}{5x^2 - 15x - 140}$

(14)  $\frac{4p + 2q}{8p^2 + 8pq + 2q^2}$

(15)  $\frac{m^4n - m^2n^3}{m^3n + m^2n^2}$

(16)  $\frac{x^3 + 3x^2 - 10x}{x^3 - 4x^2 + 4x}$

(17)  $\frac{(8p^3q^2)^4}{(16p^2q^2)^3}$

(18)  $\frac{(12mn^3)^3}{(18m^2n)^4}$

(19)  $\frac{16a^2 + 56ab - 32b^2}{2a^2 + 5ab - 3b^2}$

(20)  $\frac{ac - ad + bc - bd}{2c + 3bc - 2d - 3bd}$

(21)  $\frac{5am^2x - 5an^2x}{5am^2x - 10amnx + 5an^2x}$

(22)  $\frac{x^4 - 1}{3x^2 - 3}$

(23)  $\frac{m^3 - n^3}{5m^2 + 5mn + 5n^2}$

(24)  $\frac{16x^2y - 25y}{4x^2y - 3xy - 10y}$

(25)  $\frac{2xa - 4xb}{3ya - 6yb}$

(26)  $\frac{x(x-3)^2(x-1)}{x^2(x-5)^3(x-1)^2}$

(27)  $\frac{(x-1)^3(x-5)^4}{x^2(x-5)^3(x-1)^2}$

(28)  $\frac{a^2 - ab}{a^4 - a^2b^2}$

**PARA LA CLASE**

1.  $\frac{9 - a}{a^2 - 3a - 4} + \frac{2a - 5}{a^2 - 3a - 4} =$       2.  $\frac{5a^2}{2a + 5b} - \frac{a^2 - 20ab - 25b^2}{2a + 5b} =$

3.  $\frac{a^2}{a-2} + 1 + \frac{a-8}{a-2} =$       4.  $\frac{x+3}{x-2} + \frac{9}{x-2} + 1 =$

5.  $\frac{x-4}{x^2+2x-3} - \frac{x^2-3x}{x^2+2x-3} + \frac{7+2x^2}{x^2+2x-3} =$

**EJEMPLO 1 :**  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc + ac + ab}{abc}$

6.  $\frac{3a+2b}{2} - \frac{a-b}{3} + \frac{4a-4b}{6} =$

7.  $\frac{m-2}{2m} + \frac{3m-1}{5m} =$

8.  $\frac{x+6}{8x} - \frac{2x+5}{12x} =$

**EJEMPLO 2 :**  $\frac{1}{x-3} + \frac{2}{x+5} - \frac{x-1}{x^2+2x-15} = \frac{1(x+5)+2(x-3)-(x-1)}{(x-3)(x+5)} =$

$$\frac{x+5+2x-6-x+1}{(x-3)(x+5)} = \frac{2x}{(x-3)(x+5)}$$

9.  $\frac{7}{2a-3} + a+1 =$

10.  $\frac{6}{x^2} + \frac{7}{2x} - \frac{5}{3x} =$

11.  $\frac{5x+4}{x-2} - \frac{3x-2}{x-3} - \frac{x^2-x-16}{x^2-5x+6} =$

12.  $\frac{p+1}{p^2+p-12} - \frac{2}{p^2+5p-24} =$

13.  $1 - \frac{a}{a-b} =$

14.  $\frac{x+1}{x-3} - \frac{x}{x+3} - \frac{6(x-1)}{x^2-9} =$

15.  $\left(1 - \frac{1}{a^2}\right) \div \left(a - \frac{1}{a}\right) =$

16.  $\left(x - \frac{2}{3x-1}\right) \div \left(1 - \frac{2}{3x-1}\right) =$

17.  $\left(\frac{1}{a+4} + \frac{1}{a-4}\right) \cdot \left(\frac{a}{4} - \frac{4}{a}\right) =$

18.  $\left(\frac{a^2-1}{a^2+3a+2}\right) \cdot \left(\frac{a^2+7a+10}{a^2+4a-5}\right) + \left(\frac{a^2-5}{2}\right) =$

19.  $\left(\frac{3a}{2b} - \frac{2b}{3a}\right) \div \left(\frac{2}{a} + \frac{3}{b}\right) =$

20.

$$\left(\frac{3}{4}axy - \frac{2}{5}bxy + \frac{7}{10}cxy\right) \div \left(\frac{1}{20}xy\right) =$$

21.  $\frac{\frac{1}{a-1} + 1}{\frac{a}{a+1} - \frac{a^2}{a^2-1}} =$

22. Haz las operaciones indicadas y simplifica:

a)  $\left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right) \cdot \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)$

b)  $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{x+y}{xy}\right) \cdot \frac{2xy}{x+y}$

c)  $\left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x+1}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)$

Sol: a) 4; b)  $\frac{4y}{x+y}$ ; c)  $\frac{3x+1}{x}$

23. Opera:

a)  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-3} - \frac{x-1}{x^2-4x+3}$

b)  $\frac{1}{x+2} + \frac{3}{x-1} - \frac{x+1}{x^2+x-2}$

c)  $\frac{x}{x^2-x-2} - \frac{3}{x+1} - \frac{x-1}{x^2-3x+2}$

d)  $\frac{x}{x^2-1} - \frac{3}{x+1} - \frac{x+2}{x^2+x-2}$

Sol: a)  $\frac{1}{x-1}$ ; b)  $\frac{3x+4}{x^2+x-2}$ ; c)  $\frac{-3x+5}{x^2-x-2}$ ; d)  $\frac{2-3x}{x^2-1}$