

**FICHA DE TRABAJO DE MATEMÁTICA**

Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_ Fecha: 20 /03 /2024

Grado: V° Sección: "A" Profesores: J. Chaca – J. Polar**COMPETENCIA:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.**CAPACIDAD:** Usa estrategias y procedimientos para encontrar, reglas generales.**DESEMPEÑO PRECISADO:** Usa propiedades de los logaritmos en diversas operaciones al resolver situaciones problemáticas**LOGARITMOS**

Dado un número real  $b$  positivo, no nulo y distinto de 1, ( $b > 0$ ;  $b \neq 0$ ;  $b \neq 1$ ), y un número  $a$  positivo y no nulo ( $a > 0$ ;  $a \neq 0$ ), se llama logaritmo en base  $b$  de  $a$  al exponente  $n$  al que hay que elevar dicha base para obtener el número.

Para indicar que  $n$  es el logaritmo en base  $b$  de  $a$  se escribe:

$$\log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a$$

**Ejemplo:**  $\log_6 36 = 2 \Leftrightarrow 6^2 = 36$

**Propiedades:**

(1)  $\log_a 1 = 0$

(2)  $\log_a a = 1$

(3)  $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

(4)  $\log_a \left( \frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$

(5)  $\log_a x^y = y \cdot \log_a x$

(6)  $\log_a \sqrt[n]{m} = \frac{1}{n} \cdot \log_a m$

(7) Cambio de base:  $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$

(8) Regla de la cadena:

$$\log_b a \cdot \log_c b \cdot \log_d c = \log_d a$$

(9) Propiedad:  $b^{\log_b a} = a$

(10) Propiedad de la base de cambio:

$$\log_b a = \log_{b^m} a^m = \log_{\sqrt[b]{b}} \sqrt[a]{a}$$

**Ejemplo:**

Analiza y resuelve:

1. El logaritmo de 32 en base 2.

**Solución:**

$$\log_2 32 = x \quad (\text{Definición})$$

$$2^x = 32 \quad \Rightarrow \quad 2^x = 2^5 \quad \Rightarrow \quad x = 5$$

2. El logaritmo de 81 en base de  $\sqrt{3}$ .**Solución:**

$$\log_{\sqrt{3}} 81 = x \quad (\text{Definición})$$

$$81 = \sqrt{3}^x \quad \Rightarrow \quad 3^4 = 3^{\frac{x}{2}} \quad \Rightarrow \quad x = 8$$

3. Calcula el número cuyo logaritmo de base 4 es 3.

**Solución:**

$$\log_4 a = 3 \quad \Rightarrow \quad a = 4^3 \quad \Rightarrow \quad a = 64$$

4. Reduce:

$$A = \log_5 25 + \log_{12} 12 + \log_9 1$$

**Solución:**

$$A = 2 + 1 - 0 \quad \begin{array}{l} \text{Definición} \\ \text{Propiedad (2)} \end{array}$$

$$A = 3 \quad \text{Propiedad (1)}$$

5. Calcula:

$$B = 16^{\log_4 3} + 25^{\log_5 2} - 5 \log_{\frac{1}{2}} 16$$

**Solución:**

Propiedad (9) y (5)

$$B = 4^{2 \cdot \log_4 3} + 5^{2 \log_5 2} - 5 \log_{2^{-1}} 2^4$$

$$B = 4^{\log_4 3^2} + 5^{\log_5 2^2} - 5 \cdot \frac{4}{-1}$$

$$B = 3^2 + 2^2 - 5 \cdot (-4)$$

$$B = 9 + 4 + 20 = 33$$

## ACTIVIDADES

Analiza, resuelve y marca la alternativa correcta:

1. Si  $\log_x 729 = 3 \Rightarrow x = ?$   
 A) 3  
 B) 6  
 C) 9  
 D) 7  
 E) 11
2.  $\log_8 2 + \log_4 16 =$   
 A) 1  
 B) 4  
 C) 11/3  
 D) 7/3  
 E) 5/3

3. Expresar en términos de logaritmos la expresión.

$$A = \log_b \frac{1}{a}$$

- A)  $\log_a \frac{1}{b}$
  - B)  $-\log_b a$
  - C)  $-\log_a \frac{1}{b}$
  - D)  $-\log_a b$
  - E) Ninguna
4. Si:  $\log m = x$ , determina  $\log 10m$   
 A)  $10x$   
 B)  $10 + x$   
 C)  $1 + x$   
 D)  $2x$   
 E) Ninguna

Logaritmo decimal:  
 $\log_{10} 10 = \log 10 = 1$

5. Si  $\log_a b = 2$  y  $\log_b c = 3$ .  
 Calcula  $\log_a b^2 c^4$   
 A) 2  
 B) 3  
 C) 6  
 D)  $\frac{28}{3}$   
 E) Ninguna
6. Determine  $\log 10^5$   
 A) 5    B)  $5 + \log 5$     C)  $5 \log 5$   
 D)  $1 + \log 5$     E) Ninguna

7. Reduce:  
 $B = \log_{\sqrt{8}} \log_{\sqrt{2}} 2$   
 A) 2    B) 1/3    C) 2/3  
 D) 1/2    E) 1

8. Usando las propiedades de los logaritmos, calcula.

$$C = \frac{1}{\log_3 36} + \frac{1}{\log_2 36}$$

- A) 1/2
  - B) 1/4
  - C) 1/3
  - D) 1/6
  - E) 6
9. Identifique si es verdadero (V) o falso (F)
    - I.  $\log_7 49 = 2$
    - II.  $\log_{49} 49 = 1$
    - III.  $\log_7 1 = 7$
    - IV.  $\log_3 27^3 = 9$
 A) VVVV    B) VVVF    C) VFVF  
 D) VVVF    E) FFFF

10. Se propone el siguiente ejercicio:

$$D = \log_5 15 \cdot \log_3 15 - (\log_5 3 + \log_3 5)$$

Yadira lo resuelve de la siguiente manera:

$$D = \frac{\log 15}{\log 5} \frac{\log 15}{\log 3} - \log_5 3 - \log_3 5$$

$$D = \frac{\log 3.5}{\log 5} \frac{\log 3.5}{\log 3} - \log_5 3 - \log_3 5$$

$$D = \frac{\log 3 + \log 5}{\log 5} \frac{\log 3 + \log 5}{\log 3} - \log_5 3 - \log_3 5$$

$$D = \left( \frac{\log 3}{\log 5} + 1 \right) \left( 1 + \frac{\log 5}{\log 3} \right) - \log_5 3 - \log_3 5$$

$$D = (\log_5 3 + 1)(1 + \log_3 5) - \log_5 3 - \log_3 5$$

Luego realiza el producto de los logaritmos y su respuesta es  $D = 2$ .

¿Yadira desarrolló correctamente la solución?

Indique que propiedades utilizó. Argumente su respuesta.

11. Reduce:

$$E = 2 \log_2 3 - \log_2 54 + \log_2 6$$

- A) 1    B) 0    C) 2    D) 3    E) N.A

12. Determina el valor de:

$$F = \log_2 \frac{1}{16} - \log_3 \frac{1}{81} + \log_5 \frac{1}{125}$$

- A) 3    B) -3    C) 5    D) -5    E) N.A

13. Determina el valor de:

$$\log_b \sqrt[4]{b} + \log_a \sqrt[5]{a} =$$

- A) 9/20    B) 1/9    C) 2/9    D) 20    E) N.A.

“Primero tienes que aprender las reglas del juego, y después jugar mejor que nadie”. Albert Einstein